Graphes et Recherche Opérationnelle

ESIAL 2A

J.-F. Scheid

Introduction générale

Une définition possible de la R.O:

Ensemble de méthodes d'analyse scientifique (maths et info.) des phénomènes d'organisation qui traite de la *maximisation* d'un profit ou de la *minimisation* d'un coût. La R.O. est un outil d'**aide à la décision**.

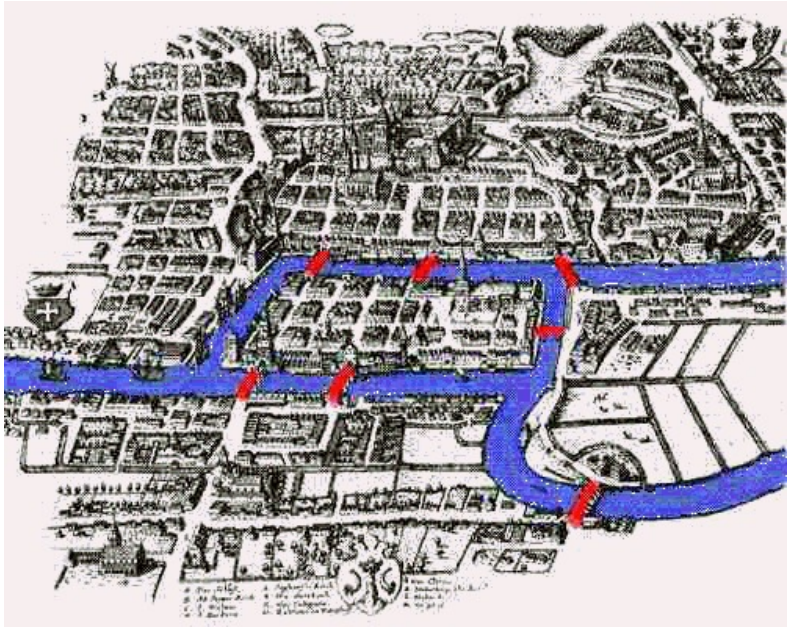
Schéma général.

Problème concret (de type R.O) $\longrightarrow$ modélisation $\longrightarrow$ résolution par une méthode de R.O $\longrightarrow$ interprétation des résultats $\longrightarrow$ prise de décision.

Introduction générale

Quelques exemples et domaines d'applications de la R.O.

1. Un premier exemple : *Les ponts de Königsberg* (Euler 1735).

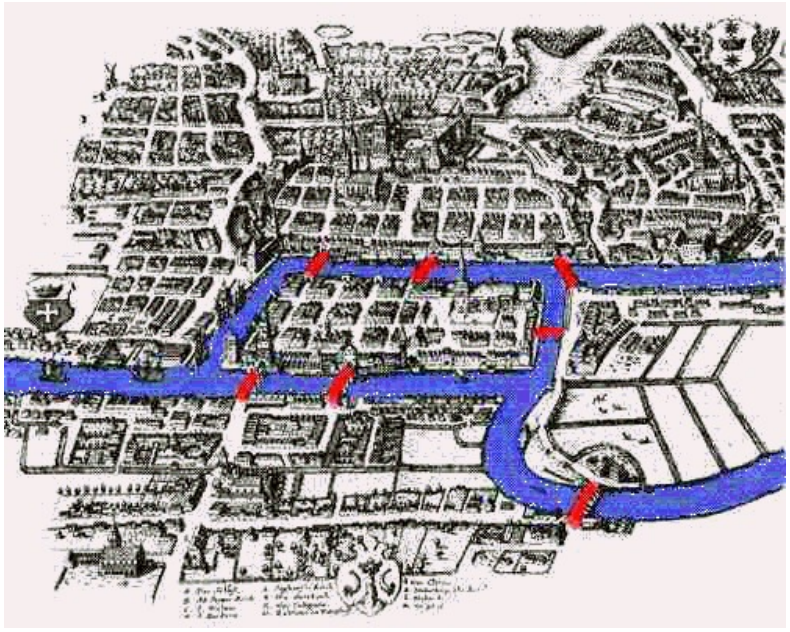


Deux îles reliées entre elles par 1 pont et 6 ponts relient les îles à la ville.

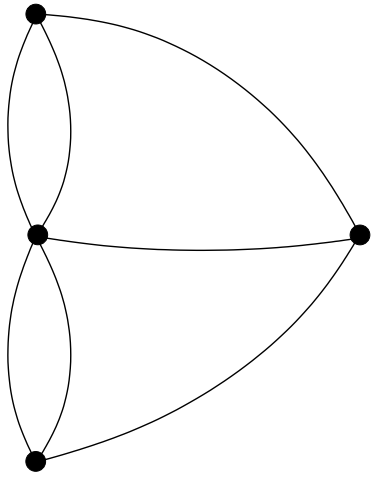
A partir d'un point de départ quelconque, existe-t-il un chemin passant une et une seule fois par chaque pont et qui revient au point de départ ?

Introduction générale

La réponse est **NON**. La preuve utilise un **graphe**: les arêtes du graphe représentent les ponts et les sommets les différents endroits de la ville (rives gauche et droite, les deux îles).



$\rightsquigarrow$



Introduction générale

2. *Un problème de production*.

   Détermination d'un plan optimal de fabrication: une entreprise fabrique plusieurs produits, ce qui exige des ressources particulières (matières premières, machines, personnel ...) en quantités limitées. Chaque produit rapporte un certain bénéfice (connu) à l'entreprise.

   Quels produits l'entreprise doit-elle fabriquer et en quelle quantité pour réaliser le bénéfice total le plus élevé ?

Introduction générale

3. *Un problème de transport*.

   Une entreprise dispose de plusieurs dépôts contenant chacun un certain nombre de containers. Plusieurs magasins commandent des containers. A chaque magasin correspond un coût de transport.

   Quelle est l'organisation des livraisons des containers pour minimiser le coût total de transport ?

Introduction générale

4. *Un problème d'affectation*.

   n tâches doivent être affectées à n machines (1 tâche par machine). Le coût d'exécution de chaque tâche par chacune des machines est connu.

   Trouver l'affectation qui minimise le coût total.

Introduction générale

5. *Un problème de voyageur de commerce*.

   Un voyageur de commerce doit visiter n villes. La distance entre chaque ville est donnée.

   Trouver le plus court trajet passant par les n villes.

Introduction générale

Tous les problèmes précédents sont des *problèmes de combinatoire*. Par ex., pour le problème d'affectation et du voyageur de commerce, il y a $n!$ possibilités.

Avec $n = 20$, l'énumération des affectations (trajets) possibles, à vitesse d'un million par seconde, prendrait 77094 années ...

$\rightsquigarrow$ *trouver des méthodes efficaces*.

Introduction générale

Formalisation.

Tous les problèmes mentionnés ci-dessus et présentés dans ce cours peuvent se formaliser de la façon suivante.

$$\max\{f(x),\ x \in X\}$$

- $f : X \to \mathbb{R}$ est la fonction **objectif**. f peut être linéaire, quadratique, nonlinéaire...
- X est l'ensemble des solutions possibles dites **réalisables** (les contraintes). L'ens. X est fini mais en général de très grande taille.

Introduction générale

Contenu du cours.

- *Programmation linéaire*: aspects géométriques, méthode du simplexe, analyse de sensibilité, dualité ($\longrightarrow$ examen partiel).
- *Flot optimal dans un graphe*
- *Problèmes d'affectations (simples et multiples)*
- *Programmation en nombres entiers (PLNE)*
- *Programmation dynamique*
- *Introduction aux méthodes heuristiques* : recuit simulé, tabou, algo. génétiques